

NTMF036

# INTERPRETACE KVANTOVÉ MECHANIKY

Shrnutí 2. přednášky

Pavel Krtouš

# Kvantový prostor stavů

kvantový stav = maximální možná znalost systému

prostor stavů = Hilbertův prostor  $\mathcal{H}$

$|\text{stav}\rangle$   $|\psi\rangle$        $|\text{pol: } x\rangle$   $|\text{hyb: } p\rangle$        $|\uparrow\rangle$   $|\downarrow\rangle$

linearita a skalární součin

# Elementární kvantové měření

- báze kompatibilních stavů

$$|m\rangle \quad m \in I \qquad \langle m|n\rangle = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

- proces měření (von Neumann) – kolaps/redukce kvantového stavu

- před měřením:

$$|st\rangle$$

- po měření:

*výsledek*

*pravděpodobnost*

*výsledný stav*

$m$

$$p(m|st) = \frac{|\langle m|st\rangle|^2}{\langle st|st\rangle}$$

$$|\text{red}\rangle = |m\rangle\langle m|st\rangle$$

# Obecné kvantové měření

- báze kompatibilních (ortogonálních) podprostorů  $\mathcal{H}_a$

projektory na  $\mathcal{H}_a$  –  $\hat{P}_a$

- proces měření (von Neumann) – kolaps/redukce kvantového stavu

- před měřením:

$|st\rangle$

- po měření:

*výsledek*

$a$

*pravděpodobnost*

$$p(a|st) = \frac{\langle st|\hat{P}_a|st\rangle}{\langle st|st\rangle}$$

*výsledný stav*

$$|red\rangle = \hat{P}_a |st\rangle$$

# Kvantové pozorovatelné

- ⊙ přiřazení fyzikálních hodnot jednotlivým výsledkům

číslo výsledku  
 $m$

stav  
 $|m\rangle$

hodnota pozorovatelné  
 $a_m$

- ⊙ pozorovatelná

$$\hat{A} = \sum_m a_m |m\rangle\langle m|$$

# Kvantové pozorovatelné

- degenerace hodnot výsledků

hodnota výsledku

$a$

podprostor

$\mathcal{H}_a$

projektor

$$\hat{P}_a = \sum_{m: a_m = a} |m\rangle\langle m|$$

- pozorovatelná

$$\hat{A} = \sum_m a_m |m\rangle\langle m| = \sum_a a \hat{P}_a$$

# Algebra pozorovatelných

- ⊙ s operátory lze počítat

$$\hat{A} + \hat{B} \quad \hat{A}\hat{B} \quad \alpha\hat{A} \quad \hat{A}^n \quad F(\hat{A})$$

- ⊙ násobení není obecně komutativní

$$\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$$

- ⊙ komutativita pozorovatelných

$$\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$$

- komutující pozorovatelné mají společnou bázi kompatibilních vlastních vektorů
- komutující pozorovatelné lze měřit současně
- nekomutující pozorovatelné jsou komplementární

# Algebra pozorovatelných

- ◉ s operátory lze počítat

$$\hat{A} + \hat{B} \quad \hat{A}\hat{B} \quad \alpha\hat{A} \quad \hat{A}^n \quad F(\hat{A})$$

- ◉ násobení není obecně komutativní

$$\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$$

- ◉ komutativita pozorovatelných

$$[\hat{A}, \hat{B}] = i\hbar\hat{C} \quad \leftrightarrow \quad \{A, B\} = C$$

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

Poissonovy závorky



# Střední hodnota pozorovatelné

- ⊙ opakované měření pozorovatelné  $\hat{A}$  ve stavu  $|st\rangle$



různé výsledky  $a$  s pravděpodobností  $p(a)$

- ⊙ střední hodnota měření

$$\langle \hat{A} \rangle = \langle st | \hat{A} | st \rangle$$

# Ano/Ne otázky = logické výroky

- ◉ pozorovatelná s výsledky „ano“ a „ne“

$$\begin{array}{lclclcl} \text{„ano“} & \rightarrow & \mathcal{H}_{ano} & \rightarrow & \hat{P} \\ \text{„ne“} & \rightarrow & \mathcal{H}_{ne} & \rightarrow & \hat{\mathbb{1}} - \hat{P} \end{array}$$

- ◉ projektor odpovídá hodnotě „pravda“ logického výroku
- ◉ střední hodnota výroku = pravděpodobnost odpovědi „ano“

$$p(\text{ano}) = \langle \text{st} | \hat{P} | \text{st} \rangle$$

# Časový vývoj

- ⊙ volný vývoj stavu – Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{d}{dt} |st t\rangle = \hat{H} |st t\rangle$$

- ⊙ generuje unitární vývoj

$$|st t_0\rangle \rightarrow |st t\rangle = \hat{U}(t|t_0) |st t_0\rangle$$

# Časový vývoj

## ⊙ unitární vývoj

$$|st t_0\rangle \rightarrow |st t\rangle = \hat{U}(t|t_0)|st t_0\rangle$$

- zachovává skalární součin
- zachovává superpozici
- převádí bázi kompatibilních stavů na bázi kompatibilních stavů
- je invertibilní
- je jednoznačný
- ***nedeterminismus je spojen s měřením!***

# Statistická směs

- ⊙ *směs* = statistický soubor kvantově rozlišitelných  
ale klasicky nerozlišovaných stavů

$$\{|st\ 1\rangle, |st\ 2\rangle, |st\ 3\rangle, \dots\}$$

$$p_k = \langle st\ k | st\ k \rangle$$

- ⊙ měření bez čtení výsledku

$$|stav\rangle \rightarrow \{ |m\rangle \langle m | stav \rangle \}_{m \in I}$$